

УДК 621.8

В.М. Каретін

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

**РОЗРАХУНОК ЧИСЛОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РОБОЧОГО
ПРОЦЕСУ ІТКМ, ЗАДАНИХ СКЛАДОВОЮ СИСТЕМОЮ
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ**

V.M. Karetin

**CALCULATION OF NUMERICAL MATHEMATICAL MODELS OF WORKING
PROCESS OF THE INERTIAL TRANSFORMER OF THE MOMENT OF
ROTATION GIVEN BY COMPONENT SYSTEMS OF THE DIFFERENTIAL
EQUATIONS**

В сучасних технічних пристроях при математичному моделюванні виникають складні складові системи нелінійних диференціальних рівнянь. Дослідження функціонування таких систем не може обійтися без рішення отриманих рівнянь математичної моделі. Якщо диференціальні рівняння, що описують роботу таких систем, є нелінійним і нестационарними, то часто неможливо отримати їх аналітичне рішення. Виникає необхідність використовувати чисельні методи, найбільш відомим з яких є метод Рунге - Кутти.

При цьому якщо математична модель складається з декількох систем диференціальних рівнянь, що описують окремі ділянки функціонування, то виникає завдання визначення моментів переходу від однієї системи до іншої.

Для моделі, заданої складовими системами диференціальних рівнянь, умови закінчення одного етапу служать початковими значеннями для іншого. При чисельному рішенні неминуче виникає похибка, пов'язана як з похибкою самого методу, так і з похибкою початкових умов. Похибки, що виникають при моделюванні функціонування таких систем, можуть сильно впливати на підсумкове рішення і викликати суттєві відхилення від значень процесу реального об'єкта.

У зв'язку з цим виникає необхідність використовувати ефективні чисельні алгоритми розв'язання систем диференціальних рівнянь, що дозволяють швидко і з контрольованою похибкою знаходити рішення.

Як приклад моделі, заданої складовими системами диференціальних рівнянь, розглянемо інерційний трансформатор обертового моменту (ІТКМ) з урахуванням пружних властивостей механізму вільного ходу. ІТКМ є безступінчастою передачею механічного типу, що володіє внутрішнім автоматизмом, тобто здатністю автоматично змінювати передавальне відношення залежно від кутової швидкості вихідного валу і величини навантаження зовнішнього опору.

Математичною моделлю є системи звичайних диференціальних рівнянь, що описують рух узагальненої фізичної моделі інерційного трансформатора. Робота інерційного трансформатора має циклічний характер. Протягом циклу виділяються чотири ділянки, на яких диференціальні рівняння руху не змінюються:

- Розгін реактора до кутової швидкості веденого маховика;
- Спільний рух реактора і веденого маховика;
- Гальмування реактора до зупинки;
- Вистій реактора.

Дане рівняння описує першу ділянку :

$$\begin{cases} A_1(\psi)\ddot{\phi}_{21} + A_2(\psi)\ddot{\phi}_{22} - A_4(\psi)(\dot{\phi}_{21} - \dot{\phi}_{22})^2 + A_6(\psi)\dot{\phi}_{22}^2 = M_d; \\ A_2(\psi)\ddot{\phi}_{21} + A_3\ddot{\phi}_{22} - A_6(\psi)\dot{\phi}_{21}^2 = 0; \\ \gamma_H\ddot{\phi}_1 = -M_C. \end{cases}$$

Умовою переходу є досягнення кутової швидкості реактора кутовою швидкістю веденої ланки, тобто $\dot{\phi}_1(t_1) = \dot{\phi}_{22}(t_1)$. В момент часу t_1 здійснюється перехід робочого процесу до другої фази.

Система рівнянь описує другу ділянку:

$$\begin{cases} A_1(\psi)\ddot{\phi}_{21} + A_2(\psi)\ddot{\phi}_{22} - A_4(\psi)(\dot{\phi}_{21} - \dot{\phi}_{22})^2 + A_6(\psi)\dot{\phi}_{22}^2 = M_d; \\ A_2(\psi)\ddot{\phi}_{21} + A_5\ddot{\phi}_{22} - A_6(\psi)\dot{\phi}_{21}^2 + (P_1((\phi_{22} - \phi'_{22}) - (\phi_1 - \phi'_1)) + P_2) + \gamma_{22} = 0; \\ \gamma_1\ddot{\phi}_1 - (P_1((\phi_{22} - \phi'_{22}) - (\phi_1 - \phi'_1)) + P_2) - \gamma_{22} = -M_C. \end{cases}$$

Третя ділянка аналогічна першій.

Система рівнянь описує четверту ділянку:

$$\begin{cases} A_1(\psi)\ddot{\phi}_{21} + A_2(\psi)\ddot{\phi}_{22} - A_4(\psi)(\dot{\phi}_{21} - \dot{\phi}_{22})^2 + A_6(\psi)\dot{\phi}_{22}^2 = M_d; \\ A_2(\psi)\ddot{\phi}_{21} + A_3\ddot{\phi}_{22} - A_6(\psi)\dot{\phi}_{21}^2 + (P_3(\phi_{22} - \phi'_{22}) + P_4) + \gamma_{22} = 0; \\ \gamma_1\ddot{\phi}_1 = -M_C. \end{cases}$$

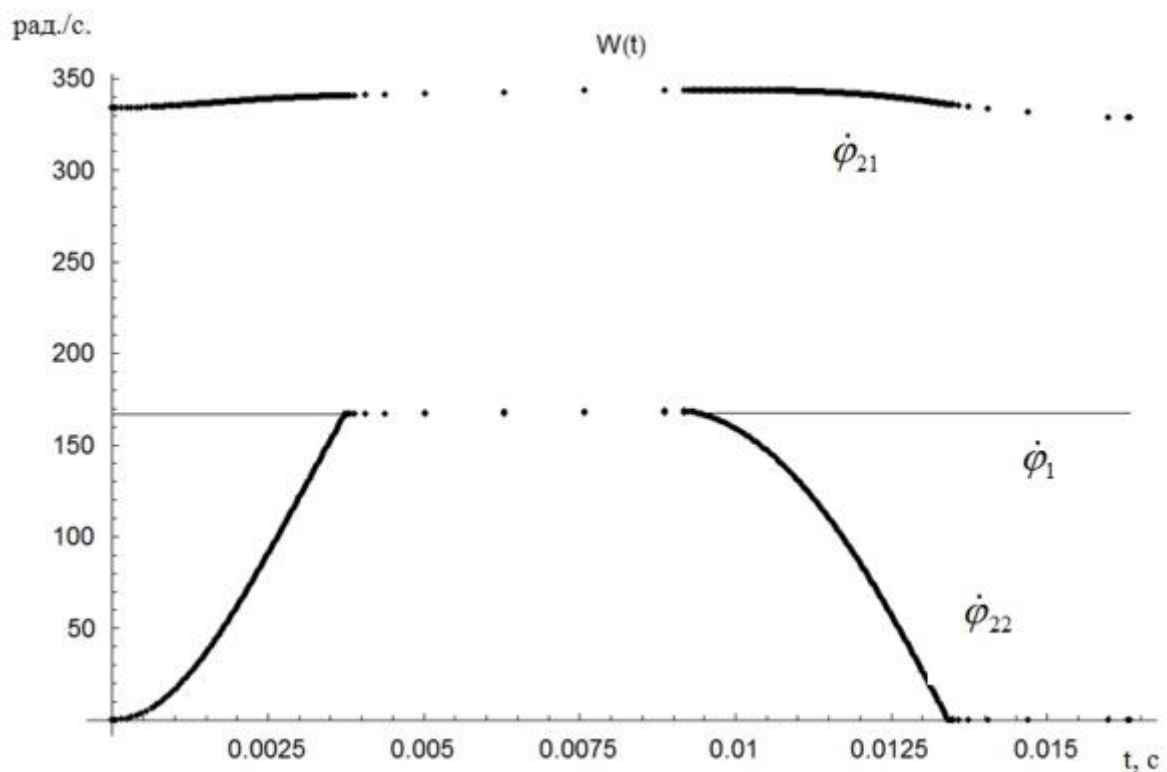


Рис. 1. Графіки зміни кутових швидкостей

Найбільша довжина кроку при використанні методу Фельберга спостерігається на другому і третьому ділянці, що також видно і з рис. 1. Такий крок досягається за рахунок того, що на цих ділянках зміна шуканих функцій незначна і близька до лінійної. Найменша довжина кроку спостерігалася на переходах від однієї ділянки циклу робочого процесу до іншої.